

LISTA DE EXERCÍCIOS - TEORIA DOS NÚMEROS - MATEMÁTICA

1 Congruência módulo n

Exercício 1.1. *Mostre que a função de Euler satisfaz:*

- a) $\varphi(p^k) = p^k - p^{k-1}$, para todo p primo.
 b) Se $\text{mdc}(m, n) = 1$, então $\varphi(mn) = \varphi(m)\varphi(n)$

Exercício 1.2. *Demonstre o Pequeno Teorema de Fermat.*

Exercício 1.3. *Um inteiro é dito livre de quadrados se ele não é divisível pelo quadrado de nenhum número inteiro maior do que 1. Demonstre que existem intervalos arbitrariamente grandes de inteiros consecutivos, nenhum dos quais é livre de quadrados.*

Exercício 1.4. *Resolva as equações lineares:*

- a) $7x \equiv 12 \pmod{127}$
 b) $12x \equiv 5 \pmod{122}$
 c) $40x \equiv 64 \pmod{256}$

Exercício 1.5. *Resolva o sistema de congruência linear:*

$$\begin{cases} x \equiv 0 \pmod{7} \\ x \equiv 1 \pmod{12} \\ x \equiv -5 \pmod{17} \end{cases}$$

Exercício 1.6. *Utilize os conceitos de Teoria dos Números para descrever um problema de criptografia e como decodificar uma mensagem.*

Sugestões de leitura:

http://www.petmatematica.ufpr.br/arquivos/10_brincando.pdf

<https://www.google.com/url?sa=t&source=web&rct=j&url=http://www.obmep.org.br/docs/apostila7.pdf&ved=2ahUKEwi1wejl25DqAhVjI7kGHUpgDygQFjAAegQIAxAB&usq=AOuVaw2h6qE3cFHP-NAuJSZ-XuE5&cshid=1592667257853>